

Обратные задачи гравиметрии и магнитометрии

Линейные задачи

(о восстановлении плотности)

$$Ax = b \Leftrightarrow \min \|Ax - b\|^2$$

1. Метод простой итерации

$$x^{k+1} = x^k - \beta \overbrace{(A^T A x^k - A^T b)}^{S(x^k)}, \quad \beta \leq \|A\|^{-2}$$

$$(x^{k+1} = x^k - \beta(Ax^k + \alpha x^k - b), \quad A = A^T \geq 0)$$

2. Метод наискорейшего спуска

$$\min_{\beta} \|Ax^{k+1} - b\|^2$$

$$x^{k+1} = x^k - \frac{\|S(x^k)\|^2}{\|AS(x^k)\|^2} S(x^k)$$

3. Метод минимальной ошибки

$$\min \|z - x^{k+1}\|$$

$$x^{k+1} = x^k - \frac{\|Ax^k - b\|^2}{\|S(x^k)\|^2} S(x^k)$$

4. Метод сопряж. градиентов + регуляризация

5. Итерированный вариант метода Тихонова

$$x^{k+1} = (A^T A + \alpha I)^{-1}(\alpha x^k + A^T b)$$

6. Парный монотонный процесс

$$u^{k+1} = u^k - \beta_k(Au^k + \varepsilon_k u^k) + \alpha_k(v^k - u^k)$$

$$v^{k+1} = v^k - \beta_k(Av^k + \varepsilon_k v^k) - \alpha_k(v^k - u^k)$$

$$\uparrow u^k \leq z \leq v^k \downarrow$$

Нелинейные задачи

(о восстановлении геологической границы)

$$A(x) = y \Leftrightarrow \min \|A(x) - y\|^2$$

1. Метод Ландвебера

$$x^{k+1} = x^k - \beta \overbrace{(A'(x^k)^*(A(x^k) - b))}^{S(x^k)}$$

2. Метод наискорейшего спуска

$$x^{k+1} = x^k - \frac{\|S(x^k)\|^2}{\|A'(x^k)S(x^k)\|^2} S(x^k)$$

3. Метод минимальной ошибки

$$x^{k+1} = x^k - \frac{\|Ax^k - b\|^2}{\|S(x^k)\|^2} S(x^k)$$

4. Метод Левенберга—Марквартда

$$x^{k+1} = x^k - (A'(x^k)^* A'(x^k) + \alpha I)^{-1} S(x^k)$$

5. Итеративно регул. метод Гаусса—Ньютона

$$x^{k+1} = x^k - (A'(x^k)^* A'(x^k) + \alpha_k I)^{-1} (S(x^k) + \alpha_k(x^k - v))$$

6. Итеративно регуляризованный метод Ньютона

$$x^{k+1} = x^k - (A'(x^k) + \alpha_k I)^{-1} (A(x^k) + \alpha_k x^k - y)$$

7. Парный монотонный процесс