

Численно-аналитический алгоритм для решения задач упругости

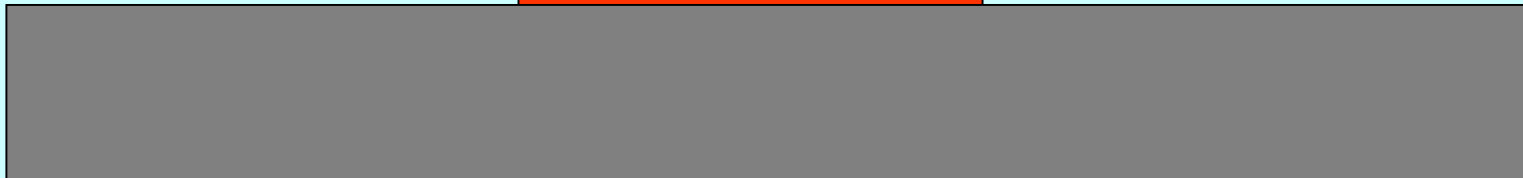
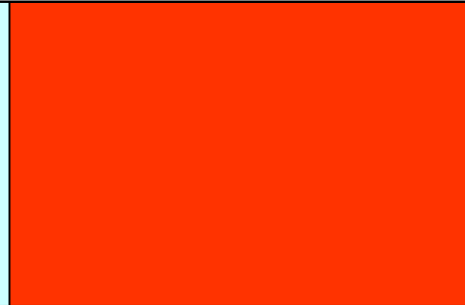
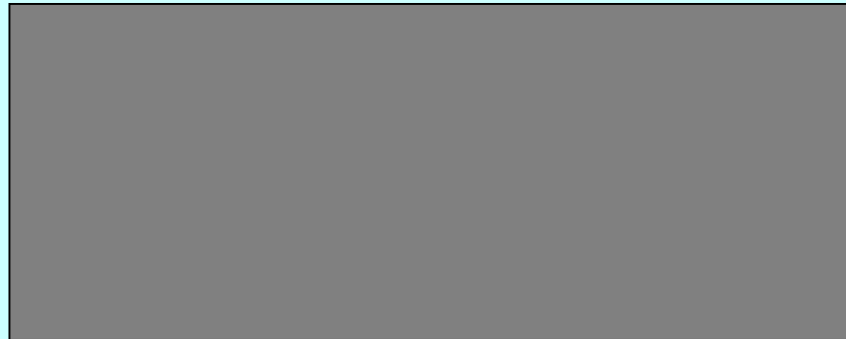
ИММ

Думшева Т. Д.

Зенкова Е.С.

ИМАШ

Федотов В.П.



Граничное интегральное уравнение

$$c(\xi)u(\xi) = \int_S (u^*(\xi, x)f(x) - f^*(\xi, x)u(x)) ds(x)$$

где $\xi \in S$ - граничная точка

$\xi \in \bar{\Omega}$ - точка области

$u(x)$ - вектор перемещений

$f(x)$ - поверхностные напряжения

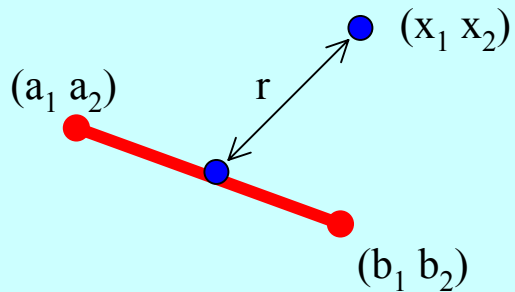
$u^*(\xi, x)$, $f^*(\xi, x)$ - функции Грина

$$c(\xi) = \begin{cases} 1/2 & \text{для } x \in S \\ 1 & \text{для } \xi \in \Omega \end{cases}$$

Решение задачи разбивается на три этапа

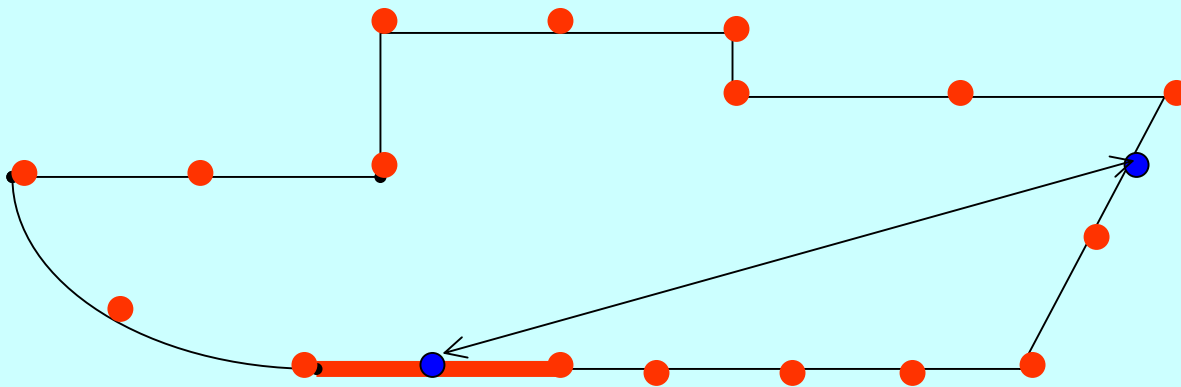
1. Формирование матрицы разрешающей системы и свободного вектора
2. Решение системы линейных алгебраических уравнений и нахождение поверхностных напряжений и перемещений
3. Вычисление перемещений, напряжений и деформаций во внутренней области

Формирование матрицы и свободного вектора разрешающей системы



Основной элемент
численной схемы

Из таких элементов можно сформировать любую плоскую фигуру



Сведение граничного интегрального уравнения к системе линейных алгебраических уравнений

$$\frac{1}{2}u(\xi^s \xi^k x) = \sum_{sx=0}^{M-1} \sum_{kx=0}^{k-1} \left(\int_{S_{sx \ kx}} u^*(\xi^s \xi^k x, x) ds(x) \cdot f(x^s \xi^k x) - \right.$$

$$\left. - \int_{S_{sx \ kx}} f^*(\xi^s \xi^k x, x) ds(x) \cdot u(x^s \xi^k x) \right)$$

$S_{sx \ kx}$

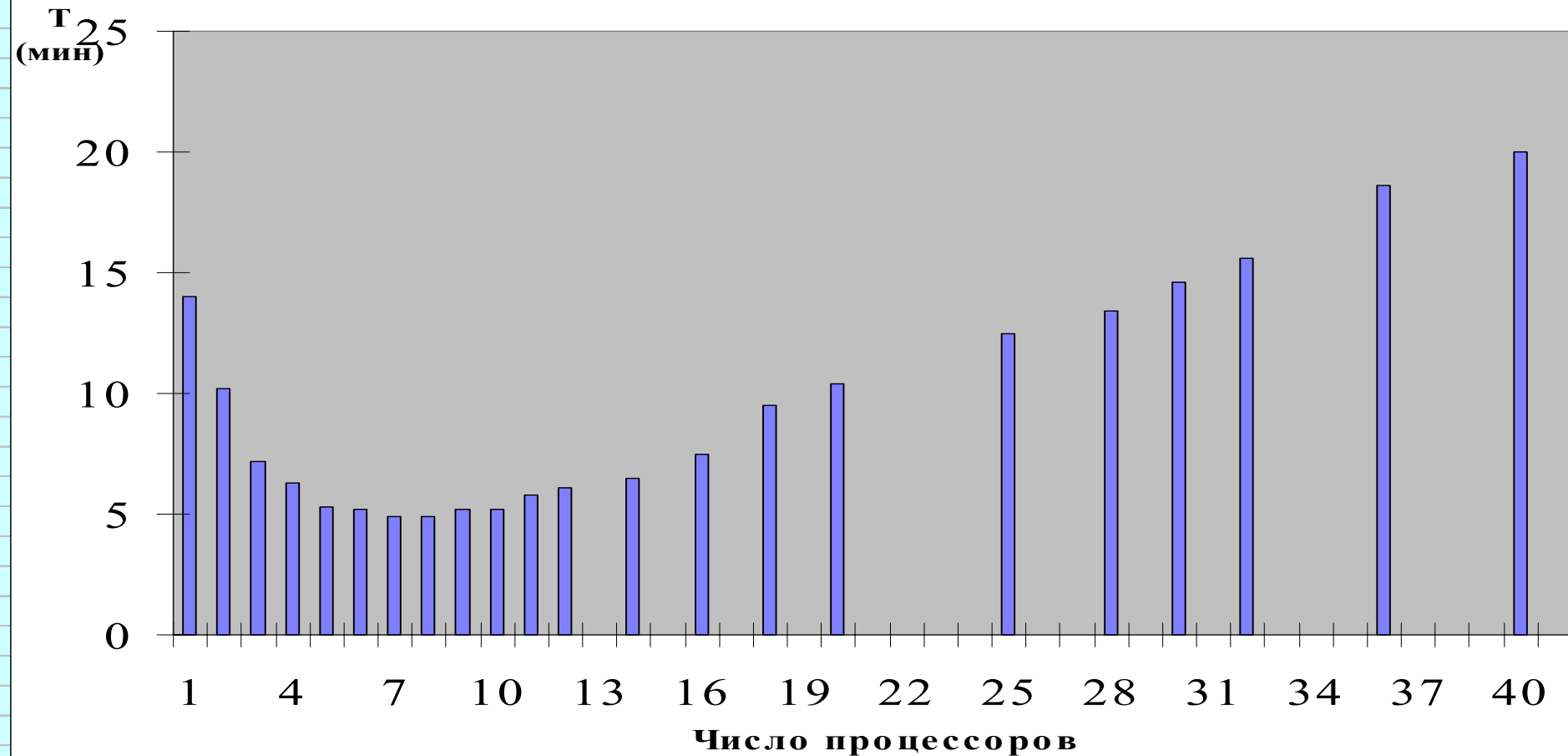
$$\forall x \in S_{sx \ kx} \quad \text{где} \quad S = \bigcup_{sx=0}^{M-1} \bigcup_{kx=0}^{k-1} S_{sx \ kx}$$

$$u(x) = u(x^s \xi^k x) \quad \text{- перемещение в } x^s \xi^k x \in S_{sx \ kx}$$

$$f(x) = f(x^s \xi^k x) \quad \text{- поверхностное напряжение}$$

Зависимость времени решения от числа процессоров

Решение системы линейных алгебраических уравнений общего вида порядка 2000 методом Гаусса-Жордана



Вычисление перемещений, напряжений и деформаций во внутренней области

$$u(\xi) = \sum_{sx=0}^{M-1} \sum_{kx=0}^{k-1} \left(\int_{S_{sx \ kx}} (u^*(\xi, x) ds(x) f(x^{sx \ kx})) - \int_{S_{sx \ kx}} (f^*(\xi, x) ds(x) u(x^{sx \ kx})) \right)$$

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$$

$$\sigma_{ik} = \frac{E}{1+\mu} (\varepsilon_{ik} + \frac{\mu}{1-2\mu} \varepsilon_{ll} \delta_{ik})$$

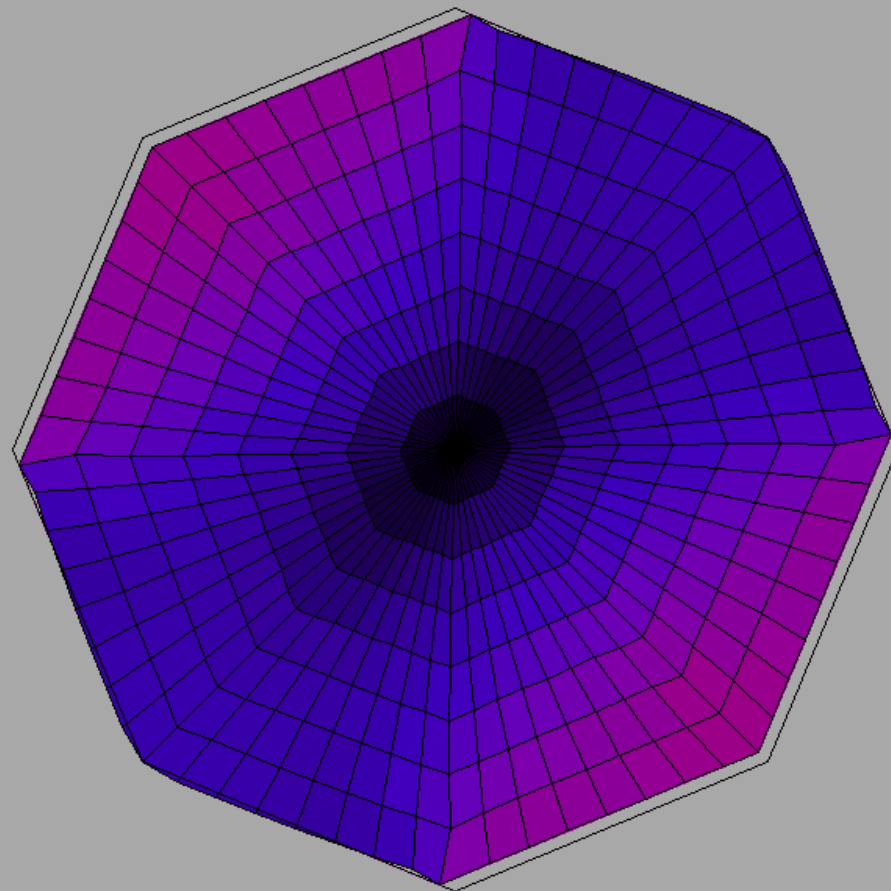
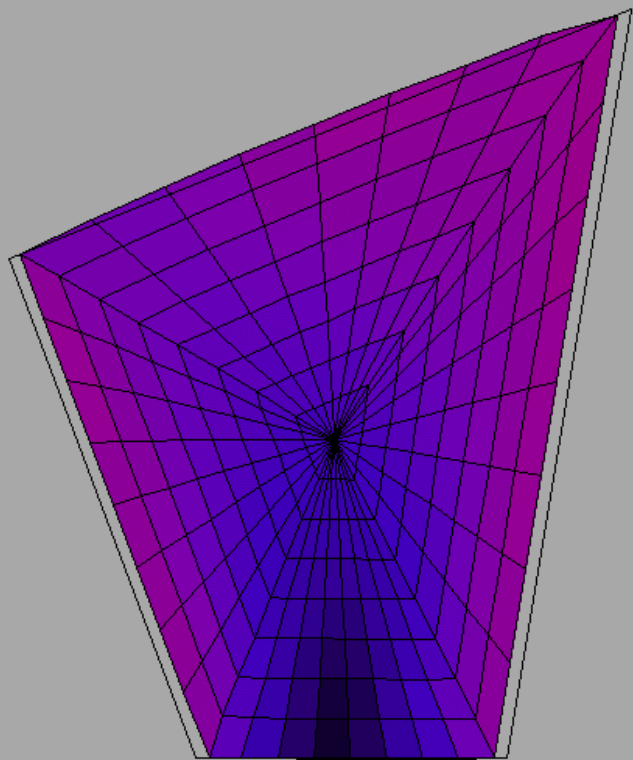
Анализ эффективности счета при замене
приближенного интегрирования функций Грина
на аналитические выражения этих интегралов
(2000 конечных элементов на границе,
100 внутренних точек)

| NP | t_1^i (сек) | t_1^α (сек) | k_1^y | t_3^i (сек) | t_3^α (сек) | k_3^y |
|----|---------------|--------------------|---------|---------------|--------------------|---------|
| 2 | 15157 | 5.0 | 3031 | 3292 | 0.815 | 4039 |
| 4 | 7491 | 2.4 | 3121 | 1657 | 0.739 | 2242 |
| 8 | 3746 | 1.2 | 3121 | 829 | 0.708 | 1171 |
| 16 | 1874 | 0.6 | 3123 | 433 | 0.844 | 513 |

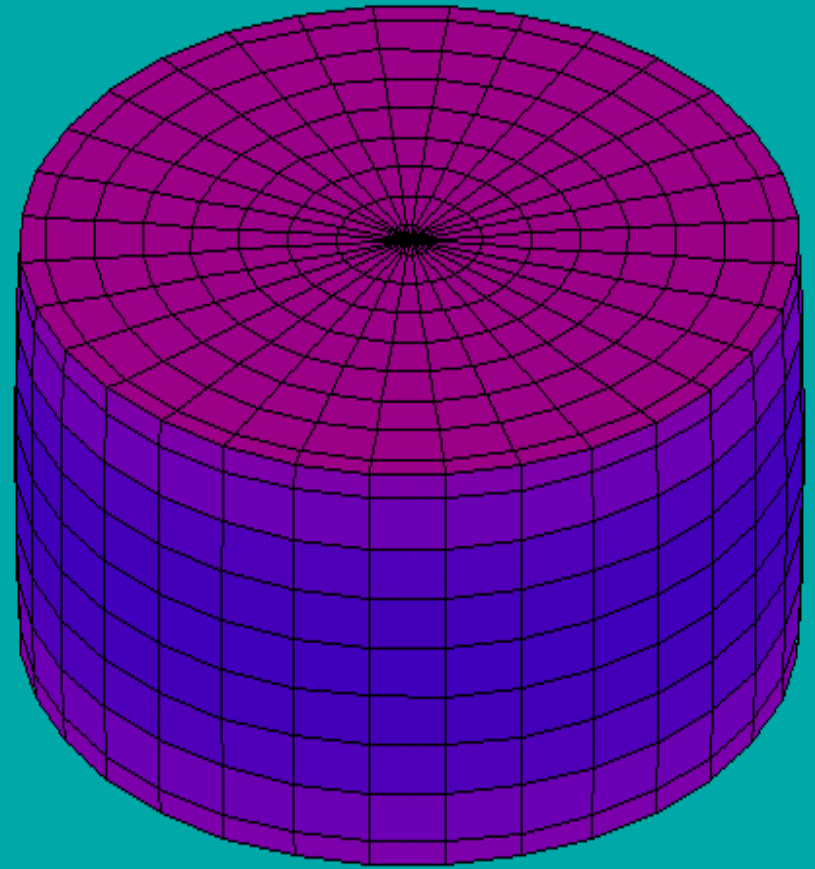
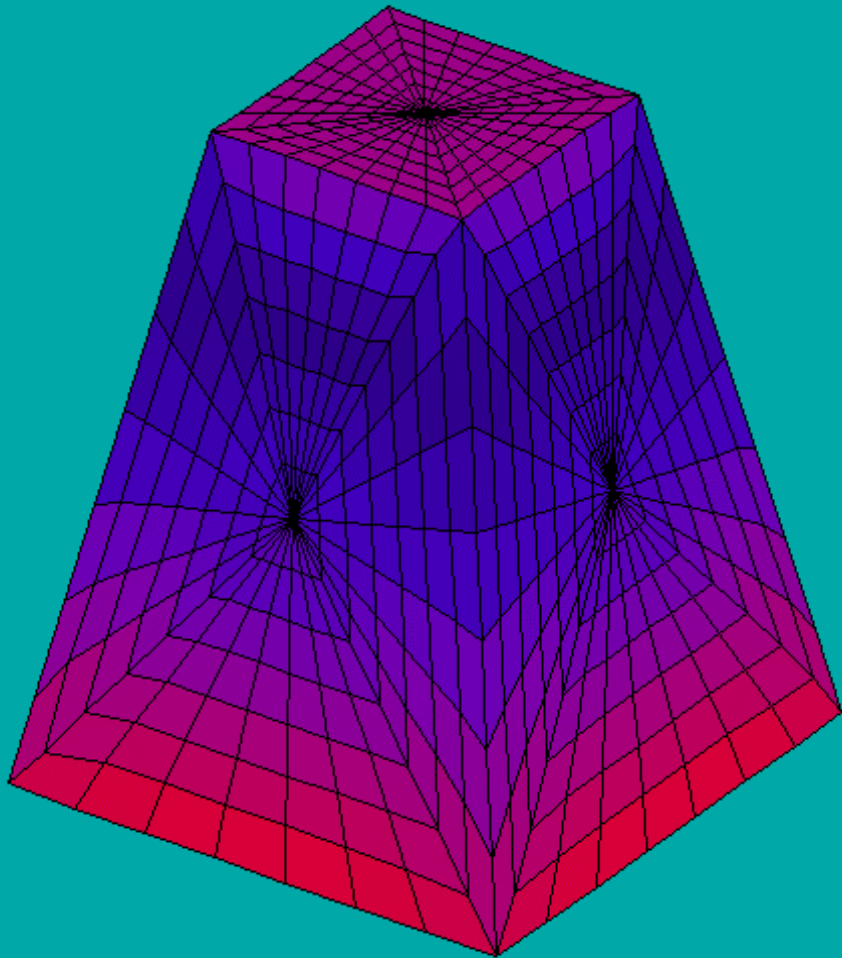
**Решение упругой задачи
(400 конечных элементов на границе
и 10000 внутренних точек)**

| p | T_ (сек) | S -ускорение | E-эффек- ТИВНОСТЬ |
|----------|-----------------|---------------------|------------------------------|
| 1 | 13247 | | |
| 2 | 6881 | 1.93 | 0.96 |
| 4 | 3357 | 3.94 | 0.99 |
| 8 | 1792 | 7.4 | 0.92 |
| 16 | 950 | 13.93 | 0.87 |
| 32 | 590 | 22.45 | 0.7 |

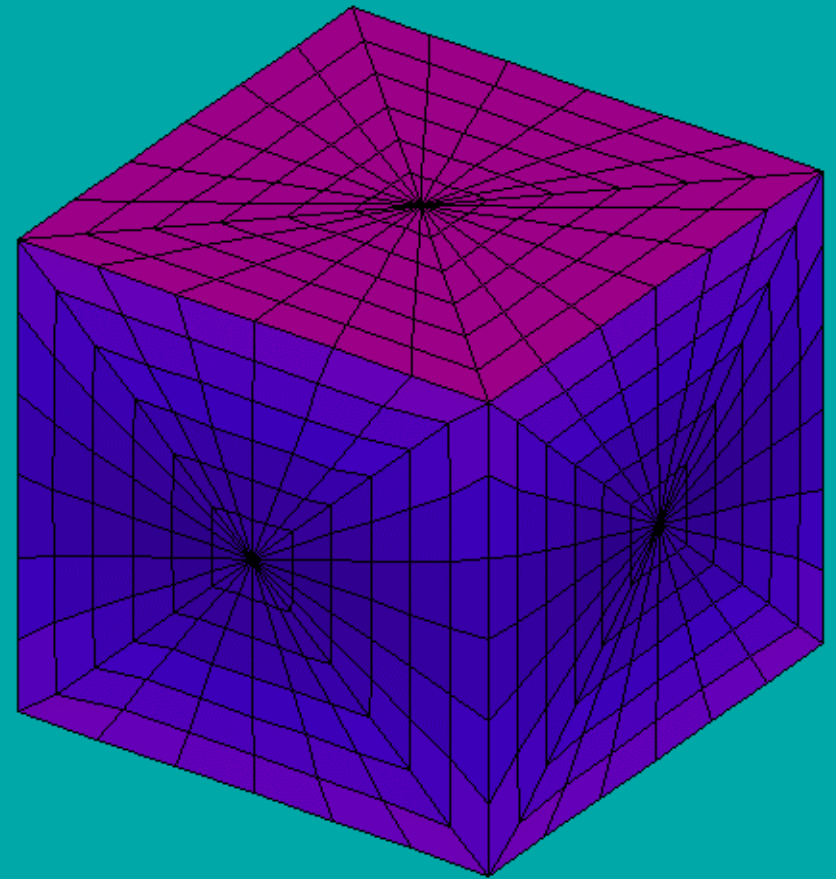
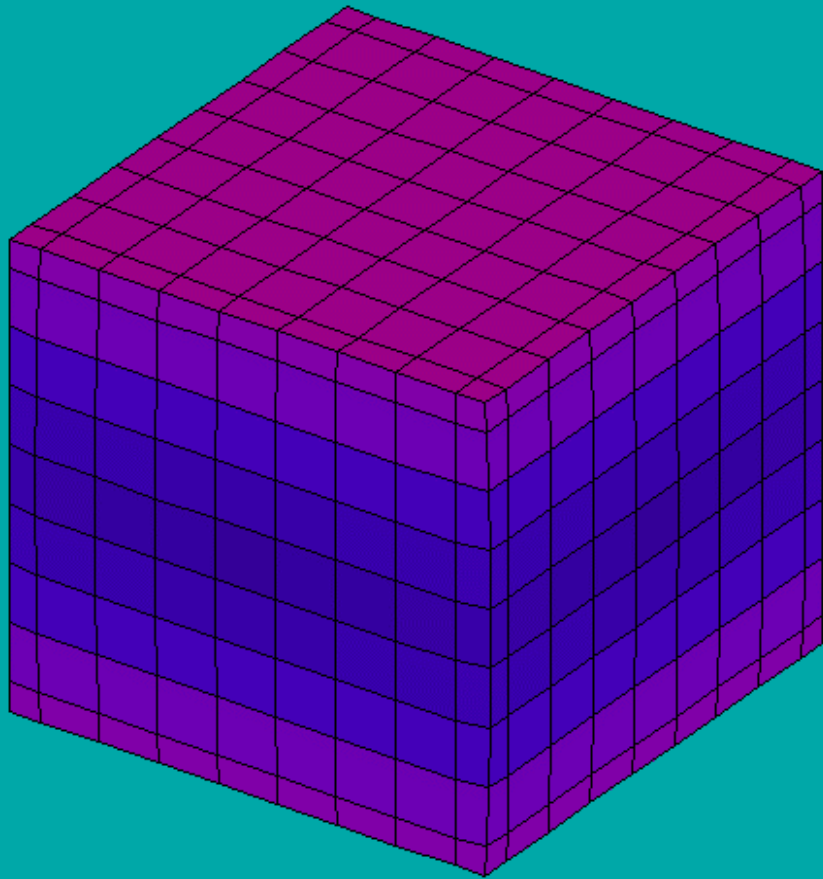
Напряженно-деформированное состояние плоских областей



Напряженно-деформированное состояние 3-мерных областей



Напряженно-деформированное состояние куба



Напряженно-деформированное состояние шестигранника

